中３数学 学習指導要領改訂に伴う 移行措置資料

ⓘ 学習指導要領と移行措置とは…

みなさんが受ける授業は，文部科学省が定める「中学校学習指導要領」にもとづいて進められています。

平成 20 年 (2008 年) に，この学習指導要領が改められ，平成 24 年度 (2012 年度) から，新しい学習指導要領が実施されることになりました。平成 21 年度から平成 23 年度までは，新学習指導要領への移行期間にあたります。

移行期間中は，新学習指導要領の一部が適用されることになるため，現行過程の指導内容に追加や省略，移動などが行われます。これを「移行措置」といいます。みなさんは，現在，この移行措置にそった授業を受けているのです。

※新学習指導要領や移行措置についてのよりくわしい情報は，下記サイトをご覧ください。

☞ http://www.gakken.co.jp/CN/ikou

ⓘ 中学３年数学の移行措置はどうなる？

移行措置によって，中３数学では，次の内容が変更されます。追加される内容については，次のページからの要点のまとめと例題を利用して学習を進めてください。

●目次●

1. 平方根

要点のまとめ　有理数と無理数

有理数　整数や分数のように，$\dfrac{\text{整数}}{\text{自然数}}$ の形で表せる数。

無理数　$\sqrt{2}$ や π のように，$\dfrac{\text{整数}}{\text{自然数}}$ の形で表せない数。

数の分類　数を分類すると，次のようになる。

$$\text{数}\begin{cases}\text{有理数}\begin{cases}\text{整数}\begin{cases}\text{正の整数（自然数）}\\ 0\\ \text{負の整数}\end{cases}\\ \text{分数}\end{cases}\\ \text{無理数}\end{cases}$$

例題 1　$\sqrt{4}$，$\sqrt{5}$ はそれぞれ有理数ですか，無理数ですか。

考え方　$\dfrac{\text{整数}}{\text{自然数}}$の形で表せれば有理数，表せなければ無理数である。

解き方　$\sqrt{4}=2=\dfrac{2}{1}$と表せるから有理数。　…答

$\sqrt{5}=2.2360679\cdots$だから，$\dfrac{\text{整数}}{\text{自然数}}$の形で表せない。

したがって，$\sqrt{5}$ は無理数。　…答

プラスワンポイント

有理数と無理数を，小数で考えると次のように分類できる。

有限小数　（例）$\dfrac{3}{4}=0.75$ のように終わりのある小数。

無限小数
- 循環小数（例）$\dfrac{4}{33}=0.1212\cdots$の 12 のように，数の並びがこの順序で限りなくくり返される小数。

（有限小数・循環小数）…有理数

- 循環しない無限小数（例）$\sqrt{2}$，$\sqrt{3}$ や π など。…………無理数

練 習 問 題 ……答えは 31 ページ

$\sqrt{8}$，$\sqrt{9}$ はそれぞれ有理数ですか，無理数ですか。

2. 2次方程式

要点のまとめ　2次方程式の解の公式

解の公式　2次方程式は解の公式を利用して解くことができる。

2次方程式 $ax^2+bx+c=0$ の解は

$$x=\frac{-b\pm\sqrt{b^2-4ac}}{2a}$$

2 次方程式 $ax^2+bx+c=0$ の解を，$3x^2+5x+1=0$ の解き方と比べて求めよう。

$3x^2+5x+1=0$	$ax^2+bx+c=0$
x^2 の係数を 1 にするために，両辺を 3 でわると，	x^2 の係数を 1 にするために，両辺を a でわると，
$x^2+\frac{5}{3}x+\frac{1}{3}=0$	$x^2+\frac{b}{a}x+\frac{c}{a}=0$
$\frac{1}{3}$を右辺へ移項すると，	$\frac{c}{a}$を右辺へ移項すると，
$x^2+\frac{5}{3}x=-\frac{1}{3}$	$x^2+\frac{b}{a}x=-\frac{c}{a}$
両辺に x の係数$\frac{5}{3}$の半分の 2 乗$\left(\frac{5}{6}\right)^2$を加えると，	両辺に x の係数$\frac{b}{a}$の半分の 2 乗$\left(\frac{b}{2a}\right)^2$を加えると，
$x^2+\frac{5}{3}x+\left(\frac{5}{6}\right)^2=-\frac{1}{3}+\left(\frac{5}{6}\right)^2$	$x^2+\frac{b}{a}x+\left(\frac{b}{2a}\right)^2=-\frac{c}{a}+\left(\frac{b}{2a}\right)^2$
$\left(x+\frac{5}{6}\right)^2=\frac{13}{36}$	$\left(x+\frac{b}{2a}\right)^2=\frac{b^2-4ac}{4a^2}$
平方根の考えを利用すると，	平方根の考えを利用すると，
$x+\frac{5}{6}=\pm\frac{\sqrt{13}}{6}$	$x+\frac{b}{2a}=\pm\frac{\sqrt{b^2-4ac}}{2a}$
$x=-\frac{5}{6}\pm\frac{\sqrt{13}}{6}$	$x=-\frac{b}{2a}\pm\frac{\sqrt{b^2-4ac}}{2a}$
$x=\frac{-5\pm\sqrt{13}}{6}$	$x=\frac{-b\pm\sqrt{b^2-4ac}}{2a}$

2. 2次方程式

例題 2　2次方程式 $2x^2-x-1=0$ を解の公式を利用して解きなさい。

考え方　2次方程式 $ax^2+bx+c=0$ において，$a=2$，$b=-1$，$c=-1$ の場合である。

解き方　解の公式に $a=2$，$b=-1$，$c=-1$ を代入して，

$$x=\frac{-(-1)\pm\sqrt{(-1)^2-4\times2\times(-1)}}{2\times2}$$

$$x=\frac{1\pm\sqrt{1+8}}{4}$$

$$x=\frac{1\pm3}{4}$$

$x=1$，$x=-\frac{1}{2}$　　　　答 $x=1$，$x=-\frac{1}{2}$

〈参考〉　2次方程式 $2x^2-x-1=0$ は，

$(2x+1)(x-1)=0$，$x=1$，$x=-\frac{1}{2}$

と因数分解して解くことができる。

因数分解した式は，

$2\left(x+\frac{1}{2}\right)(x-1)=0$，　$\left(x+\frac{1}{2}\right)(x-1)=0$

とも表せる。したがって，解の公式で求めた解をもとにして，因数分解できることがわかる。

プラスワンポイント

x の係数が偶数のときの2次方程式の解の公式

2次方程式 $ax^2+2b'x+c=0$ の解は

$$x=\frac{-b'\pm\sqrt{b'^2-ac}}{a}$$

練習問題

答えは 31 ページ

次の2次方程式を解の公式を利用して解きなさい。

(1)　$x^2+3x+1=0$　　(2)　$2x^2-x-3=0$

(3)　$5x^2-6x+1=0$　　(4)　$8x^2-2x-3=0$

3. 関数 $y=ax^2$

要点のまとめ　いろいろな事象と関数

いろいろな関数　ともなって変わる2つの数量の関係を式に表すことがむずかしい場合でも，一方の値を決めるとそれにともなってもう一方の値がただ1つに決まる関係がある。

例題 3　右の表は，ある鉄道会社のキロ数と料金の関係を示したものである。キロ数を x km，料金を y 円として，x，y の関係を表すグラフをかきなさい。

キロ数(km)	料金(円)
5 未満	120
5 以上　10 未満	150
10 以上　15 未満	180
15 以上　20 未満	210

考え方　料金が変わるところに気をつけて，変域を分ける。

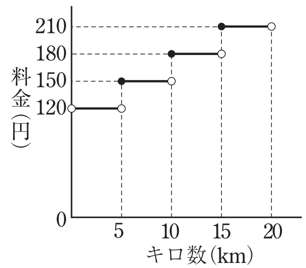
解き方　変域が $x<5$ のとき $y=120$

$5\leqq x<10$ のとき $y=150$

$10\leqq x<15$ のとき $y=180$

$15\leqq x<20$ のとき $y=210$

したがって，グラフは右の図のようになる。



確認　グラフの端の●と○

グラフで，その点を含むときは黒丸●，含まないときは白丸○で表す。

練習問題

答えは 31 ページ

右の表は，ある鉄道会社のキロ数と料金の関係を示したものである。キロ数を x km，料金を y 円として，x，y の関係を表すグラフをかきなさい。

キロ数(km)	料金(円)
6 未満	140
6 以上　12 未満	170
12 以上　18 未満	200
18 以上　24 未満	230

4. 相似な図形

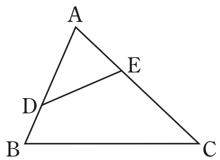
要点のまとめ　相似な図形の面積比

相似比と面積比

相似な図形の面積比は，**相似比の 2 乗**に等しい。

すなわち，相似比が $a:b$ ならば，面積比は $a^2:b^2$ である。

例題 4　右の図の △ABC で，∠ADE＝∠C，AD＝4 cm, DB＝2 cm, AE＝3 cm である。このとき，面積の比 △ADE：△ACB を最も簡単な整数の比で表しなさい。

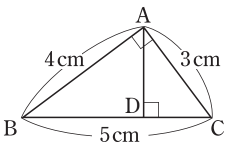


考え方　相似比が $a:b$ ならば，面積比は $a^2:b^2$ である。

解き方　△ADE と △ACB において，
共通な角だから，∠A＝∠A，また，条件より，∠ADE＝∠C
2 角が等しいから，△ADE∽△ACB
よって，　AE：AB＝AE：(AD＋DB)＝3：(4＋2)＝1：2
相似な図形の面積比は，相似比の 2 乗に等しいので，
　△ADE：△ACB＝$1^2:2^2$＝1：4　　　　答　1：4

練習問題 …………答えは 32 ページ

① 右の図の直角三角形 ABC で，∠BAC＝90°，BC⊥AD である。AB＝4 cm，BC＝5 cm，CA＝3 cm のとき，面積の比 △ABD：△ACD を最も簡単な整数の比で表しなさい。



② 2 つの円 A, B がある。それぞれの半径が 4 cm, 6 cm であるとき，A と B の面積の比を最も簡単な整数の比で表しなさい。

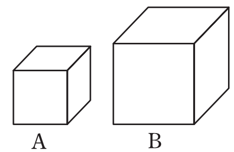
要点のまとめ　相似な図形の体積比

相似比と体積比

相似な立体の体積比は，**相似比の 3 乗**に等しい。

すなわち，相似比が $a:b$ ならば，体積比は $a^3:b^3$ である。

例題 5　右の図のような 2 つの立方体 A, B がある。それぞれの 1 辺の長さが 4 cm，6 cm であるとき，A と B の体積の比を求めなさい。



考え方　正多面体は相似である。相似比が $a:b$ ならば，体積比は $a^3:b^3$ である。

解き方　立方体 A，B の相似比は辺の長さの比で，4：6＝2：3 だから，
A と B の体積の比は，$2^3:3^3$＝8：27　　　　答　8：27

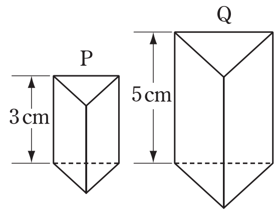
例題 6　2 つの正八面体 P，Q がある。それぞれの体積が 1cm^3，27cm^3 であるとき，辺の長さの比を求めなさい。

考え方　体積比が $a^3:b^3$ ならば，相似比は $a:b$ である。

解き方　正八面体 P，Q の体積の比は，1：27＝$1^3:3^3$ だから，
辺の長さの比は相似比で，1：3　　　　答　1：3

練習問題 …………答えは 32 ページ

③ 右の図のような 2 つの相似な三角柱 P，Q がある。それぞれの高さが 3 cm，5 cm であるとき，三角柱 P と Q の体積の比を求めなさい。



④ 2 つの相似な立体 V，W があり，相似比は 2：3 である。立体 W の体積が 81cm^3 であるとき，立体 V の体積を求めなさい。

5. 円周角と中心角

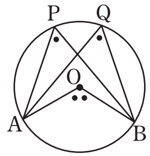
要点のまとめ　円周角の定理

円周角と中心角　1つの弧に対する円周角の大きさは一定で，その弧に対する中心角の大きさの半分である。

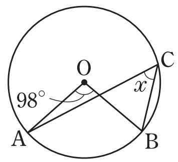
右の図で，

$\angle APB = \angle AQB$

$= \dfrac{1}{2}\angle AOB$



例題7　右の図の円Oで，$\angle x$ の大きさを求めなさい。



考え方　円周角の大きさは，同じ弧に対する中心角の大きさの半分である。

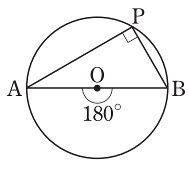
解き方　$\overset{\frown}{AB}$ に対する円周角と中心角の関係より，

$\angle x = \angle ACB = \dfrac{1}{2}\angle AOB = \dfrac{1}{2}\times 98° = 49°$　　**答**　49°

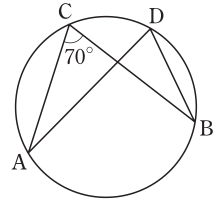
プラスワンポイント

半円の弧に対する円周角

半円の弧に対する中心角は 180° だから，円周角は 90°（直角）。　右の図で，$\angle APB = \dfrac{1}{2}\angle AOB = 90°$



例題8　右の図の円で，$\angle ADB$ の大きさを求めなさい。



考え方　1つの弧に対する円周角の大きさは一定である。

解き方　$\angle ACB$，$\angle ADB$ はどちらも $\overset{\frown}{AB}$ に対する円周角だから，等しい。したがって，$\angle ADB = \angle ACB = 70°$　　**答**　70°

プラスワンポイント

等しい弧に対する円周角は等しい

1つの円では，等しい中心角に対する弧は等しく，等しい弧に対する中心角は等しい。

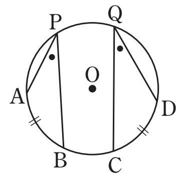
円周角は中心角の半分であるから，円周角と弧について，次の定理が成り立つ。

① **1つの円で等しい円周角に対する弧は等しい。**

右の図で，$\angle APB = \angle CQD$ ならば，$\overset{\frown}{AB} = \overset{\frown}{CD}$

② **1つの円で等しい弧に対する円周角は等しい。**

右の図で，$\overset{\frown}{AB} = \overset{\frown}{CD}$ ならば，$\angle APB = \angle CQD$

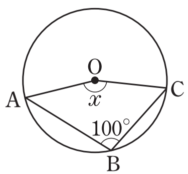


練習問題

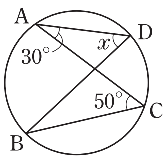
答えは 32 ページ

1　次の図の円で，$\angle x$ の大きさを求めなさい。

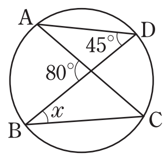
(1)



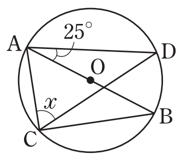
(2)



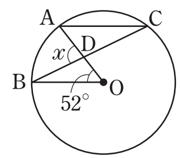
(3)



(4)

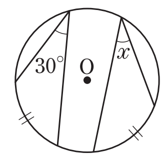


(5)



AC∥BO

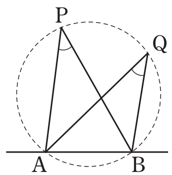
(6)



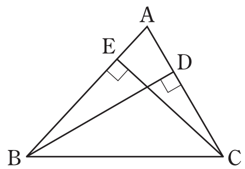
要点のまとめ 円周角の定理の逆

同一円周上の点

2点P，Qが直線ABについて同じ側にあって，∠APB＝∠AQBならば，4点A，B，P，Qは1つの円周上にある。

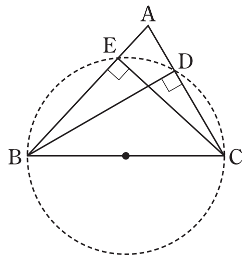


例題9 右の図の△ABCの頂点B，Cから対辺にそれぞれ垂線をひき，辺AC，ABとの交点をD，Eとすると，4点B，C，D，Eは1つの円周上にあることを証明しなさい。



考え方 直線BCについて同じ側にある∠BDCと∠BECに着目する。

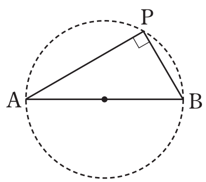
証明 ∠BDC＝90°だから，∠BDCは，BCを直径とする円の円周角である。
また，BCについて点Dと同じ側に点Eがあり，
∠BEC＝∠BDC＝90°だから，∠BECもBCを直径とする円の円周角である。
したがって，4点B，C，D，EはBCを直径とする1つの円周上にある。



プラスワンポイント

定理の逆の特別な場合

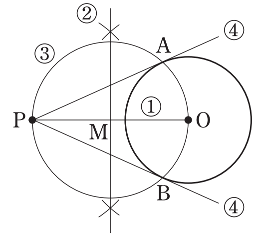
∠APB＝90°のとき，点Pは線分ABを直径とする円周上にある。



例題10 右の図の円Oの外部にある点Pから円Oに，2本の接線PA, PBを次の手順で作図する。

手順 ① 2点P，Oを結ぶ。
② 線分POの垂直二等分線をひき，POの中点Mを求める。
③ 点Mを中心として，半径MPの円をかき，円Oとの交点をA，Bとする。
④ 半直線PA，PBをひく。

このとき，PA，PBは円Oの接線であることを証明しなさい。



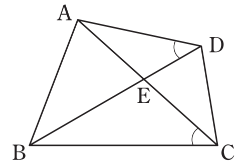
考え方 半円の弧に対する円周角は90°であることを利用し，円の接線は接点を通る半径に垂直であることを証明するとよい。

証明 2点A，Bは線分POを直径とする円の円周上にあり，半円の弧に対する円周角は90°であるから，
∠PAO＝∠PBO＝90°
したがって，PA，PBは円Oの接線である。

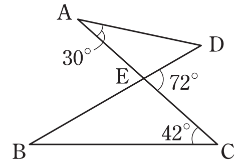
練習問題

答えは32ページ

2 右の図で，印をつけた角が等しいとき，1つの円周上にある点をすべて答えなさい。



3 右の図で，∠ACB＝∠ADBならば，
∠BAC＝∠BDC，∠ABD＝∠ACD
が成り立つことを証明しなさい。



6. 標本調査

要点のまとめ 標本調査と全数調査

全数調査	対象となる集団の全部のものについて調査すること。
標本調査	母集団から標本を取り出し，それについて調べた結果から母集団の傾向を推定する調査のこと。
母集団	調査の対象となる集団全体。
標本	母集団から取り出した一部の資料。

例題 11　次の調査のうち，標本調査が適切であるものを番号で答えなさい。

①　学校で行われる学力検査　　②　テレビの視聴率調査
③　かんづめ工場の品質検査　　④　職場で行われる健康診断

考え方　標本調査は，収集できる資料が全体の一部分にすぎない場合や，全数調査では無理な調査について行われる。

解き方　①　学校で行われる学力検査は，生徒全員の学力を知るために，全数調査でなければならない。
②　テレビの視聴率調査を全数調査で行うことは，時間的，経済的に考えて現実的ではない。
③　かんづめ工場の品質検査を全数調査で行うことは，現実的ではない。
④　職場で行われる健康診断は，職場の全員の健康状態を知るために，全数調査でなければならない。

答　②，③

練習問題 ……答えは 32 ページ

1　次の調査のうち，標本調査が適切であるものを番号で答えなさい。

①　電球の耐久時間調査　　②　新聞社などの世論調査
③　学校で行われる体力測定　　④　国勢調査

例題 12　赤，緑，青，黄の 4 色のビー玉が合わせて 1000 個入っている箱から，無作為（むさくい）に 50 個の玉を取り出したら，赤いビー玉は 9 個であった。この箱の中にはおよそ何個の赤いビー玉が入っていると考えられますか。

考え方　標本の比率は母集団の比率にほぼ等しいと考えられる。

解き方　標本の赤いビー玉の比率は$\frac{9}{50}$だから，母集団における赤いビー玉の比率もこの値にほぼ等しいと考えられる。

したがって，$1000\times\frac{9}{50}=180$（個）

答　約 180 個

プラスワンポイント

標本の大きさ
母集団から取り出された標本の個数のこと。

標本平均
標本の平均値のこと。

無作為抽出（ちゅうしゅつ）
母集団のどの資料が取り出される確率も等しくなるように，標本をかたよりなく取り出すこと。

練習問題 ……答えは 32 ページ

2　赤，青，オレンジの 3 色の玉が合わせて 2000 個入っている箱から，無作為に 100 個の玉を取り出したら，青玉は 22 個であった。この箱の中にはおよそ何個の青玉が入っていると考えられますか。

3　ある池のコイ 100 匹をすくって印をつけ，ふたたび池にもどした。翌日，50 匹をすくったら，印がついていたのは 12 匹であった。この池には約何匹のコイがいると考えられますか。小数第 1 位を四捨五入して整数で答えなさい。

6. 標本調査

例題 13　右の表は，206 個の卵のうちから無作為に 35 個を選び，その重さを調べたものである。この標本をもとに，206 個の卵の平均の重さを推定しなさい。小数第 1 位を四捨五入して整数で答えなさい。

61	56	57	56	51	55
59	61	58	63	53	53
63	55	52	60	54	60
56	53	53	57	54	61
60	62	54	57	55	57
58	51	61	55	54	(g)

考え方　標本の平均は母集団の平均にほぼ等しいと考えられる。

解き方　標本の卵の平均の重さは，

$\dfrac{(\text{全体の重さ})}{(\text{個数})}$ より，$\dfrac{1985}{35}=56.7\cdots$(g)

206 個の卵の平均の重さは，この値にほぼ等しいと考えられる。

答　約 57g

プラスワンポイント

母集団の平均や比率と標本の平均や比率との関係

母集団の平均値や母集団に含まれる資料の比率により近い値を得るためには，一定の大きさの標本を**多数回**くり返して取り出し，標本平均の平均値や標本の比率の平均値を求めることが望ましい。

練習問題

答えは 32 ページ

4　右の表は，箱にはいった 50 個のみかんの中から無作為に 10 個を選び，その重さを調べたものである。50 個全体の平均の重さを推定しなさい。小数第 1 位を四捨五入して整数で答えなさい。

121	107	124	115	129	111
108	123	109	115	(g)	

5　右の表は，38 人のクラスから生徒 10 人を無作為に選び，体重を調べたものである。クラス全員の平均体重を推定しなさい。小数第 1 位を四捨五入して整数で答えなさい。

56	51	58	63	53	52
60	54	57	41	(kg)	

練習問題の解答

1. 平方根

$\sqrt{8}$ …無理数，$\sqrt{9}$ …有理数

解説　$\sqrt{8}=2\sqrt{3}=3.4641\cdots$ だから無理数，$\sqrt{9}=3$ だから有理数。

2. 2次方程式

(1) $x=\dfrac{-3\pm\sqrt{5}}{2}$　(2) $x=-1$，$x=\dfrac{3}{2}$　(3) $x=\dfrac{1}{5}$，$x=1$

(4) $x=-\dfrac{1}{2}$，$x=\dfrac{3}{4}$

解説

(1)　$x=\dfrac{-3\pm\sqrt{3^2-4\times1\times1}}{2\times1}=\dfrac{-3\pm\sqrt{5}}{2}$

(2)　$x=\dfrac{-(-1)\pm\sqrt{(-1)^2-4\times2\times(-3)}}{2\times2}=\dfrac{1\pm\sqrt{25}}{4}=\dfrac{1\pm5}{4}$

$x=\dfrac{3}{2}$，$x=-1$

(3)　$x=\dfrac{-(-6)\pm\sqrt{(-6)^2-4\times5\times1}}{2\times5}=\dfrac{6\pm\sqrt{16}}{10}=\dfrac{6\pm4}{10}$

$x=1$，$x=\dfrac{1}{5}$

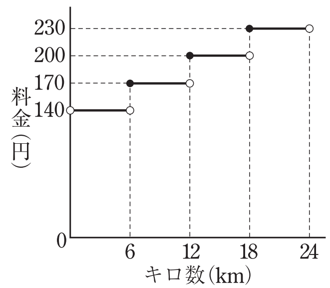
(4)　$x=\dfrac{-(-2)\pm\sqrt{(-2)^2-4\times8\times(-3)}}{2\times8}=\dfrac{2\pm\sqrt{100}}{16}=\dfrac{2\pm10}{16}$

$x=\dfrac{3}{4}$，$x=-\dfrac{1}{2}$

3. 関数 $y=ax^2$

右のグラフ

解説　変域が $x<6$ のとき $y=140$
$6\leqq x<12$ のとき $y=170$
$12\leqq x<18$ のとき $y=200$
$18\leqq x<24$ のとき $y=230$



4. 相似な図形

1　$16:9$　2　$4:9$　3　$27:125$　4　$24\mathrm{cm}^3$

解説　2　円はどれも相似な図形で，相似比は半径の比に等しい。
円 A と円 B の相似比は $4:6=2:3$ だから，
面積の比は，$2^2:3^2=4:9$
4　相似比は $2:3$ だから，体積の比は，$2^3:3^3=8:27$
立体 V の体積を $x\mathrm{cm}^3$ とすると，$8:27=x:81$，$x=24$

5. 円周角と中心角

1　(1) 160°　(2) 50°　(3) 35°　(4) 65°　(5) 78°　(6) 30°

2　A，B，C，D

3　（証明）$\angle ACB=\angle ADB$ だから，円周角の定理の逆より，4 点 A，B，C，D は 1 つの円周上にある。
したがって，$\angle BAC=\angle BDC$，$\angle ABD=\angle ACD$

解説　1　(1)　$\angle ABC$ に対する弧は大きい方の $\overset{\frown}{AC}$ だから，
大きい方の $\angle AOC=2\angle ABC=2\times100^\circ=200^\circ$
したがって，$\angle x=360^\circ-200^\circ=160^\circ$
(5)　$AC /\!/ BO$ だから，$\angle CAO=\angle BOA=52^\circ$
円周角の定理より，$\angle ACB=\dfrac{1}{2}\angle AOB=\dfrac{1}{2}\times52^\circ=26^\circ$
$\triangle ACD$ の内角と外角の関係より，$\angle x=52^\circ+26^\circ=78^\circ$
(6)　1 つの円で等しい弧に対する円周角は等しいので，$\angle x=30^\circ$

6. 標本調査

1　①，②　2　約 440 個　3　約 417 匹　4　約 116g

5　約 55kg

解説　2　標本での青玉の比率は $\dfrac{22}{100}$ だから，母集団における青玉の比率も $\dfrac{22}{100}$ であると推定できる。全体で 2000 個なので，青玉の総数は $2000\times\dfrac{22}{100}=440$（個）
3　池のコイのうち，印のついたコイの比率は，標本で印のついたコイの比率とほぼ等しいと推定できる。標本の比率は，
$\dfrac{12}{50}=\dfrac{6}{25}$　池のコイの数を x 匹とすると，$x:100=25:6$
$\dfrac{x}{100}=\dfrac{25}{6}$，$x=100\times\dfrac{25}{6}=416.6\cdots$